

**BÀI TẬP 6**  
HÀM NGƯỢC VÀ HÀM ẨN TRÊN  $\mathbb{R}^n$

**Bài 1.** Tìm các điểm  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  sao cho phương trình  $x - \sin y = 0$  xác định trên một lân cận của điểm đó hàm số  $x \mapsto y(x)$  có đạo hàm liên tục.

**Bài 2.** Chứng minh rằng phương trình

$$y + x^2 + y^2 + x^3 + y^3 = 0$$

xác định trên một lân cận của điểm 0 một hàm số  $y = \varphi(x)$  sao cho  $\varphi(0) = 0$ .

**Bài 3.** Chứng minh rằng phương trình

$$xy^4 - x^3 + y = 0$$

xác định một hàm ẩn  $x \mapsto y = \varphi(x)$  trên một lân cận của điểm 0 và tính hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm  $\varphi$  tại điểm  $(0, 0)$ .

**Bài 4.** Tìm các điểm  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  sao cho phương trình

$$x^2 + xy + y^2 = 3$$

xác định trên một lân cận của điểm đó một hàm ẩn  $x \mapsto y = \varphi(x)$ . Tính  $\varphi'(x)$  và  $\varphi''(x)$ .

**Bài 5.** Chứng minh rằng phương trình

$$xy + yz + zx + 2x + 2y - z = 0$$

xác định một hàm ẩn  $(x, y) \mapsto z = \varphi(x, y)$  trên một lân cận của  $(0, 0)$ . Tính các đạo hàm riêng  $\varphi'_x(0, 0)$ ,  $\varphi'_y(0, 0)$ .

**Bài 6.** Chứng minh rằng hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 &= \frac{z^2}{2}, \\ x + y + z &= 2, \end{cases}$$

xác định trên một lân cận của điểm  $(1, -1, 2)$  một hệ hàm ẩn  $z \mapsto x(z)$ ,  $z \mapsto y(z)$ . Tính các đạo cấp 1 của các hàm ẩn đó tại điểm  $z = 2$ .

**Bài 7.** Tìm các điểm  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  sao cho trên một lân cận nào đó của điểm đó hệ phương trình

$$\begin{cases} x = u + v, \\ y = u^2 + v^2, \\ z = u^3 + v^3, \end{cases}$$

xác định  $z$  là một hàm của  $x$  và  $y$ . Tính các đạo hàm riêng cấp 1 của  $z$ .